Bulletin de l'APMEP
Février 1995

TRAVAUX PRATIQUES POUR LES PREMIERES S ET LES TERMINALES C

DANIEL DUVERNEY

Lyce Baggio, Lille

On trouvera ci-après les textes de deux Travaux Pratiques, que j'avais expérimentés durant les années scolaires 1988-89 et 1989-90 au Lycée Alain-Fournier à Bourges. Ces textes complètent ceux qui ont été publiés dans les bulletins de l'APMEP n° 364 (Juin 1988) et 367 (Février 1989).

Le premier de ces Travaux Pratiques est destiné aux élèves de Première S, et il est prévu pour durer quatre heures (deux séances de deux heures). Il doit être précédé d'une séance sur les problèmes d'intersection dans l'espace, dessins de sections, etc... Il se déroulait de la façon suivante : je laissais les élèves chercher, en passant dans les rangs pour les aider éventuellement, et de temps à autre, je faisais le point au tableau. L'objectif de ce travail était surtout d'apprendre aux élèves à *voir* et *dessiner* dans l'espace, plutôt que d'arriver à des démonstrations parfaitement rigoureuses. Les réactions des élèves ont toujours été très positives.

J'ai expérimenté le deuxième de ces Travaux Pratiques une seule fois, avec une Terminale C à option Informatique. Il avait été précédé d'une séance de cours et d'exercices sur réunion, intersection, passage au complémentaire, et avait occupé une séance de deux heures. Le paragraphe 8) avait été laissé pour chercher à la maison, et corrigé en classe ; l'élève qui avait assuré cette correction au tableau avait d'ailleurs proposé une meilleure solution que celle à laquelle j'avais pensé ! Je n'ai malheureusement pas noté cette solution, et je l'ai oubliée depuis. Cependant, si un lecteur veut nous envoyer une solution élégante de ce huitième paragraphe, nous nous ferons un plaisir de la publier dans un prochain numéro du bulletin ! Il est clair que ce texte est un peu à la marge du programme, et ne peut être utilisé qu'avec une classe qui s'y prête (c'est pour cette raison que je ne l'ai utilisé qu'une fois).

Travaux Pratiques 1ère S :
La Perspective

Première Partie : Etude Mathématique

Soit P un plan donné et un point 0 n'appartenant pas à (P). On appelle *perspective* de centre 0 d'un point M de l'espace, le point m intersection de (P) et de la droite (OM) (figure 1). On dira que m est l'image de M dans la perspective.

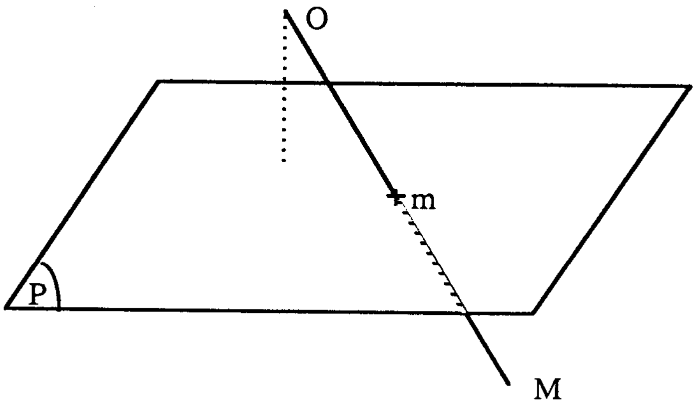


Figure 1

1) Déterminer l'ensemble des points M qui n'ont pas d'image dans la perspective de centre 0.

2) Si (D) est une droite passant par 0, quelle est son image dans la perspective de centre 0 ?

3) Soit (Q) le plan passant par 0 et parallèle à (P), et (D) une droite qui coupe (Q) en B et (P) en A.

a) Si M est un point de (D) distinct de B, et m son image dans la perspective de centre 0, montrer que (Am) est parallèle à $(0B)$. En déduire l'image de (D) dans la perspective de centre 0.

b) Si (D') est une droite parallèle à (D), montrer que leurs images sont deux droites sécantes que l'on précisera. Comment obtient-on, à partir de 0, l'intersection de ces deux droites ?

4) Si (D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles entre elles et parallèles à (P), non incluses dans (Q), construire leurs images dans la perspective de centre 0 et

montrer que ces images sont parallèles.

5) Soit (Δ_1) et (Δ_2) deux droites sécantes en A et rencontrant (P) en I_1 et I_2 respectivement.

a) On suppose que A appartient au plan (Q), montrer que les images de (Δ_1) et (Δ_2) sont deux droites (d_1) et (d_2) parallèles.

b) On suppose que A n'appartient pas au plan (Q), montrer que les images de (Δ_1) et (Δ_2) sont deux droites (d_1) et (d_2) sécantes.

6) Soit (D) une droite parallèle à (P) et non incluse dans (Q). Soit A, B, C trois points de (D), et a, b, c leurs images respectives dans la perspective de centre 0. Démontrer que $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{ab}{bc}$.

Deuxième Partie : Etude d'un exemple

La figure 2, page 6, reproduit un dessin réalisé en s'appuyant sur les lois de la perspective.

1) Tracer au crayon rouge, les droites $(AB), (CD), (EF), (IJ), (KL), (MN)$. Que constate-t-on ? Interpréter le résultat obtenu au moyen de la première partie, question 3-b).

2) Qu'est-ce qui joue ici le rôle du point 0? Du plan (P) ?

3) Démontrer que les trois personnages notés (1), (2) et (3) ont à peu près la même taille.

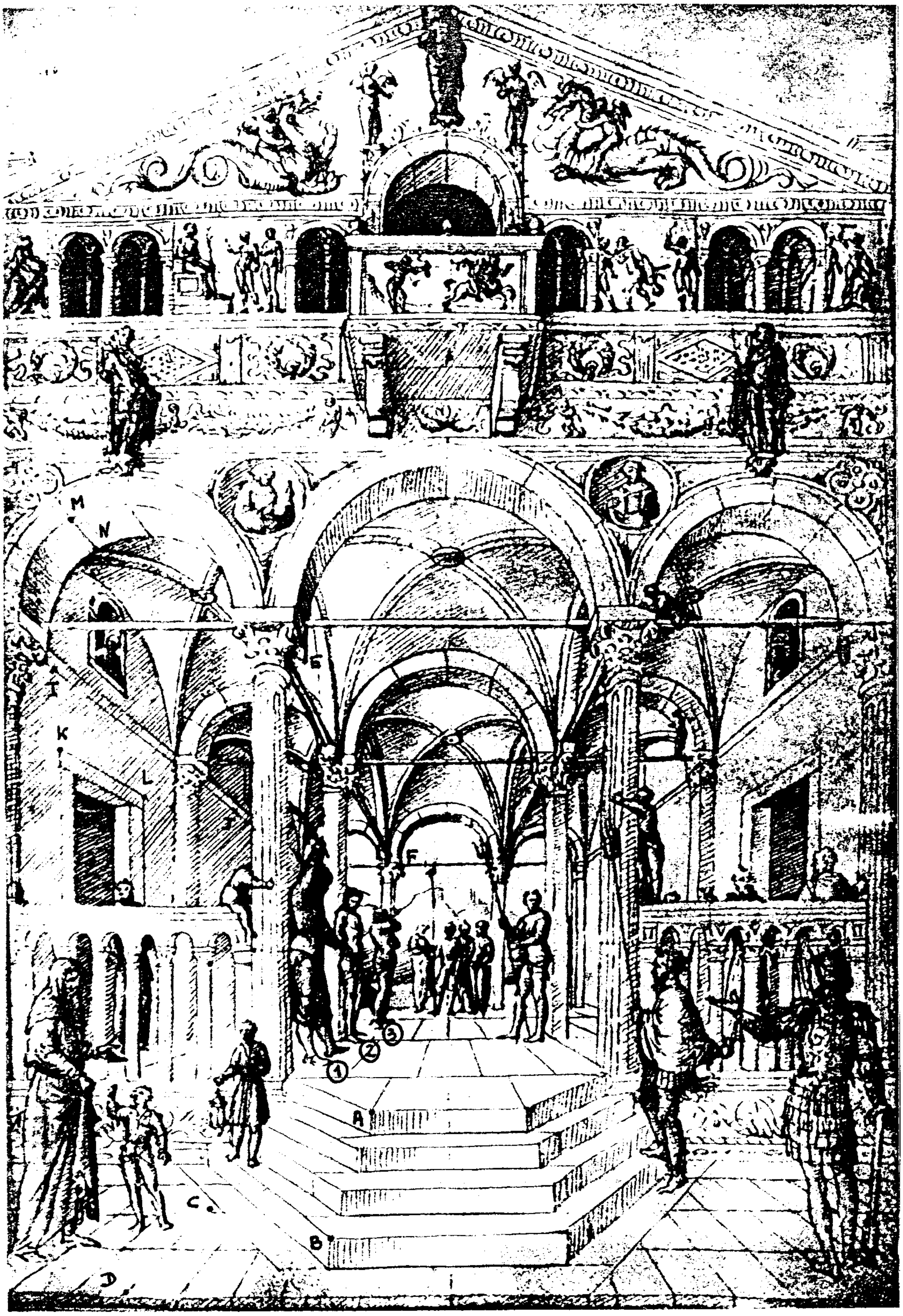


Figure 2

Jacopo Bellini : Page d'album ($\sim$ 1459)

Paris, Louvre, Cabinet des Dessins

Troisième Partie : Réalisation d'un vue en perspective

Un personnage A, dont les yeux se trouvent à 1,70m du sol, observe un groupe de deux bâtiments identiques (figure 3). Ces deux bâtiments sont symétriques par rapport à (Δ), et les dimensions de l'ensemble sont indiquées sur la figure.

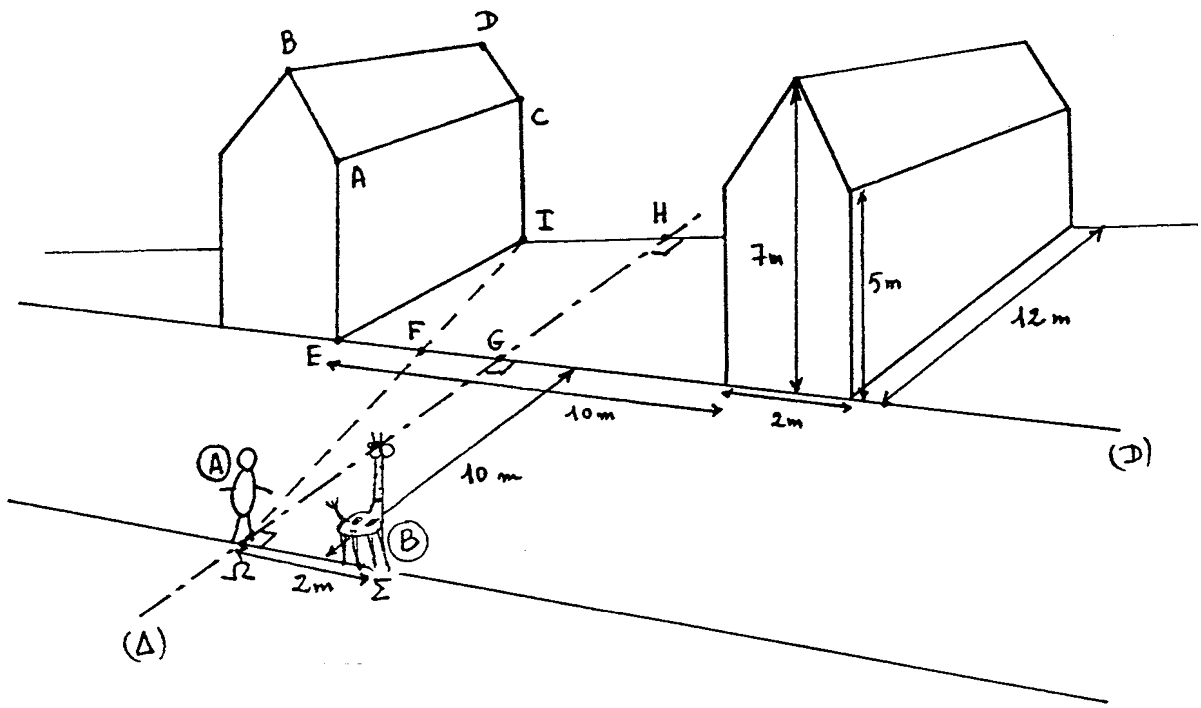


Figure 3

On désire représenter ce que voit le personnage A, les façades des deux édifices étant réduites à l'échelle 1/100e. Le point 0, centre de la perspective, est donc situé à 1,70m du sol, à la verticale de Ω. Le plan (P) est un plan vertical, parallèle aux façades.

1) Représenter la droite (d), image de (D), par la perspective, ainsi que les images des deux façades.

2) Représenter les images des droites $(EI), (AC)$ et (BD) dans la perspective, en utilisant la première partie, question 3-b).

3) Calculer, à l'aide de la figure 3, la longueur du segment $[EF]$, puis tracer l'image de la droite (CI) dans la perspective.

4) Tracer enfin l'image de la droite (CD) dans la perspective, en utilisant la question 4 de la première partie, puis compléter le dessin.

5) Une girafe B se tient debout à 2m à droite de A, et ses yeux sont à 5m du sol. Dessiner en perspective ce qu'elle voit de l'ensemble des deux bâtiments.

Travaux Pratiques TC : Circuits logiques

Un circuit logique est un circuit électrique comportant un certain nombre de bornes d'entrée $E_1, E_2, \dots, E_n$ et une borne de sortie S.

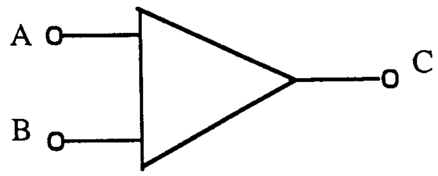
Ces bornes ne peuvent prendre que deux valeurs de potentiel électrique : le potentiel 0, ou le potentiel 1.

On repérera ces deux *états* par les *sous-ensembles* de $E = \{1\}$, en d'autres termes :

Le potentiel 0 correspond au sous-ensemble Φ.

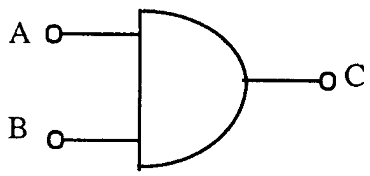
Le potentiel 1 correspond au sous-ensemble E.

1) Le circuit "ET"



Il est caractérisé par le fait que C est dans l'état 1 si A et B sont dans l'état 1, et dans l'état 0 sinon.

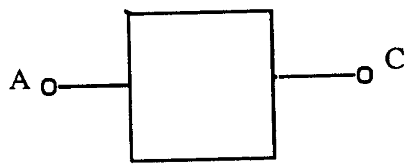
2) Le circuit "OU"



Il se caractérise par le fait que C est dans l'état 1 si A ou B sont dans l'état 1, et dans l'état 0 sinon.

Exprimer C en fonction de A et B.

3) Le circuit "NON"

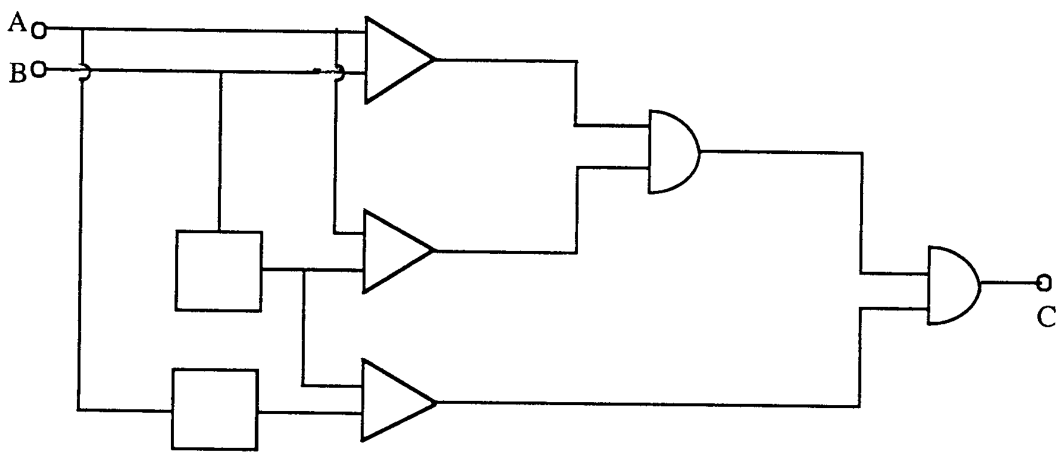


C est dans l'état 1 si A est dans l'état 0, et dans l'état 0 si A est dans l'état 1.

Exprimer C en fonction de A.

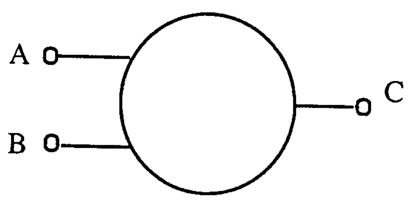
4) Un circuit logique de débutant

Un débutant a réalisé le circuit logique suivant :



Simplifier le montage.

5) Le circuit "DELTA"



Il fonctionne de la manière suivante : C est à l'état 0 si A et B sont dans le même état (0 ou 1) : C est à l'état 1 si A et B sont dans des états différents.

Exprimer le circuit Δ à l'aide d'une opération usuelle sur les ensembles ; construire un circuit Δ à partir de circuits "OU", "ET" et "NON".

6) Expression binaire d'un nombre

Lorsqu'on écrit, habituellement, le nombre $n = 3945$ par exemple, cela signifie

$$n = 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5.$$

On a exprimé le nombre n dans *la base 10.*

On utilise très souvent, en particulier en informatique, *la base 2.*

Un nombre n s'écrit ainsi :

$$n = a_k \cdot 2^k + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + \cdots + a_k \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2 + a_0$$

avec $a_i = 0$ ou 1, puisque les *chiffres* de l'écriture sont toujours plus petits que la base (0, 1, 2, $\cdots$, 9 en base 10).

Par exemple, en base 2, 1 s'écrit 1
2 s'écrit 10
3 s'écrit 11
4 s'écrit 100 ...

Ecrire en base 2 les nombres : 5, 6, 7, 8, 9, 10 11, 12.

7) Addition de deux nombres en base 2

Soit à additionner : $n = 11010$ et $p = 1101$.

On écrit :

$$\begin{array}{rcccccc} & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ + & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

En effet : $1 + 1 = 2$, qui s'écrit 10 en base 2. Donc on met 0 dans la quatrième colonne, et on a 1 de retenue.

Additionner en base 2 : 100011101 et 101011.

8) Addition et circuits logiques

Pour simplifier, on considère deux nombres de trois chiffres en base 2 :

$$\begin{array}{cccc} & A_3 & A_2 & A_1 \\ N: & \circ & \circ & \circ \\ & & & \\ P: & \circ & \circ & \circ \\ & B_3 & B_2 & B_1 \end{array}$$

Utiliser les circuits logiques étudiés précédemment pour obtenir, sur les sorties C_1, C_2, C_3, la somme N+P.