Bulletin de l'APMEP n° 364
(Juin 88).

la classe de math au jour le jour

Si vous avez réussi, avec vos élèves, un cours, une séance de T.D. ou d'exercices, si vos élèves ont particulièrement bien réagi à un problème, une situation, envoyez-nous un compte rendu détaillé de votre activité en précisant la classe, le thème, le contenu précis et, si vous le souhaitez, les réactions de vos élèves, les vôtres, comment vous avez, ensuite, exploité les résultats. Si chacun envoie une idée, on pourra faire tout un livre !

Envoyez vos idées et aussi vos questions à :

Christiane MORIN
128, rue Font Del Mazet - Clapiers
34170 Castelnau-le-Lez

travaux pratiques pour les premières scientifiques

(première partie)

par Daniel Duverney
Lycée Alain-Fournier, Bourges

I. Introduction

La réalisation de "Travaux Pratiques" en Première Scientifique paraît, de prime abord, assez difficile : comment concilier, en effet, l'aspect "expérimental", lié à la Physique, et l'aspect "théorique", lié aux mathématiques ? Rudolf Bkouche a bien montré, dans un article publié dans le *Bulletin**, combien cet antagonisme est factice et lié à une

* R. BKOUCHE : *Enseigner la Géométrie, Bulletin* n° 355, p. 477.

conception "bourbakiste" (mal comprise) des mathématiques. Je voudrais essayer de montrer dans cet article, et dans ceux qui suivront, comment, sur des exemples de travaux pratiques en Première S, on est amené à se forger une philosophie différente des mathématiques (et de leur enseignement).

Je distinguerai d'abord deux sortes de travaux pratiques : ceux qui servent à sensibiliser les élèves à une notion nouvelle et ceux dont le but est de permettre d'appliquer ce que l'on sait à des problèmes "intéressants" (dans ce qui suit, par exemple, les résolutions numériques d'équations). Il importe de bien différencier le second type de travaux pratiques du "problème" ordinaire : il faut arriver ici au résultat de manière *raisonnée,* mais l'outil principal est la justification, pas la démonstration. Nous aurons sans doute l'occasion de préciser ces nuances plus tard.

De façon à rester bref, je vais passer tout de suite aux exemples, de la manière suivante : je donnerai d'abord le texte des travaux pratiques (tel qu'il a été présenté aux élèves), puis quelques commentaires permettant d'esquisser, à petites touches, ce qui, à mon avis, doit fonder l'enseignement des mathématiques pour de futurs scientifiques.

II. Résolution numérique d'équations polynomiales

1. Texte

Le but du problème est de montrer comment les représentations graphiques permettent d'obtenir des valeurs approchées des solutions des équations.

1) On considère l'équation :

$$x^3+2x^2+7x-1=0 \qquad (E_1).$$

a) Tracer avec précision, après étude des variations, la représentation graphique de $y=f(x)=x^3+2x^2+7x-1$ (papier millimétré, repère orthonormé, échelle 2 cm).

b) Déduire de la courbe précédente le nombre de solutions de l'équation (E_1), et des valeurs approchées de ces solutions.

c) Programmer le calcul de $y=f(x)$ sur votre calculatrice, et procéder par tâtonnements pour obtenir des valeurs plus précises.

2) On considère l'équation :

$$x^4+2x^3+3x^2+2x-2=0 \qquad (E_2).$$

a) Tracer dans un repère orthonormé (papier millimétré) la représentation graphique de $y=f(x)=x^4+2x^3+3x^2$.

b) Tracer dans le même repère la représentation graphique de $y=g(x)=-2x+2$.

c) Déduire de ce graphique le nombre de solutions de (E_2), et les valeurs approchées de ces solutions.

d) Obtenir des valeurs plus précises à l'aide de la calculatrice.

2. Commentaires

Ce TP a été donné en devoir à la maison, et a conduit à des travaux généralement très soignés. Il se place juste après l'étude des dérivées.

Il poursuit deux objectifs :

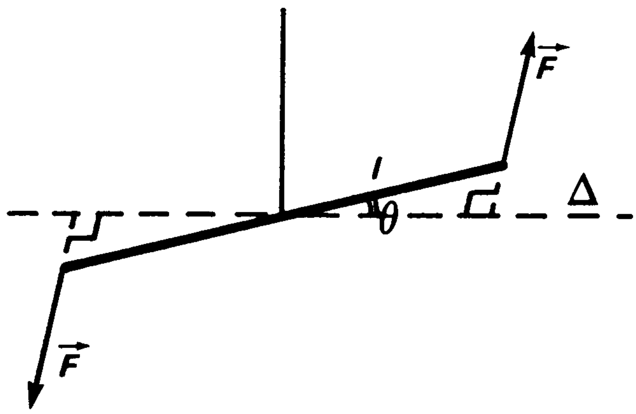
a) Montrer comment les représentations graphiques permettent de résoudre des équations.

b) Initier aux méthodes numériques de résolution des équations : les élèves comprennent rapidement comment on peut encadrer une racine par des valeurs de plus en plus proches.

III. Résolution numérique d'une équation transcendante

1. Texte

On se propose d'étudier la résolution mathématique d'une équation issue d'un problème de physique simple.



Considérons un système constitué d'une tige de longueur 2ℓ (connue) suspendue par son milieu à un fil de torsion de raideur K (connue). Soit (Δ) la position de repos de ce pendule de torsion. On exerce aux extrémités de la tige un couple de forces parallèles d'intensité F (connue) et de direction constante, perpendiculaire à (Δ). On cherche à déterminer la position d'équilibre du système. Celle-ci sera obtenue lorsque le moment des forces $\vec{F}$ sera égal au moment de rappel exercé par le fil, soit : $2\,F\ell\cos\theta = K\theta$, ce que nous écrirons :

$$\boxed{(E) : k = \frac{\cos\theta}{\theta}}\ , \text{ en posant : } k = \frac{K}{2F\ell}.$$

Dans l'équation (E), k est connu. L'inconnue est θ .

1) Dans quel intervalle peut varier θ d'après les conditions de l'expérience ?

2) Représenter graphiquement k en fonction de θ (repère orthonormé, unité 2 cm) (on programmera $k=f(\theta)$ avec un pas de 0,1). Soit (C) cette courbe.

3) Application numérique : F=3N, ℓ=0,1 m et K=1,2 mN/rad (1,2 mètre Newton par rad). Trouver θ grâce au graphique précédent.

4) On se propose d'écrire un programme en BASIC permettant de calculer directement θ si l'on connaît $k \geqslant 1$. Pour cela, on écrit (E) sous la forme :

$$\theta=\frac{1}{k}.\cos\theta \,.$$

a) Représenter graphiquement $y=f(\theta)=\frac{1}{k}\cos\theta$. Prendre $k=2$ pour ce graphique. Prendre ici 10 cm comme unité sur chaque axe.

b) On considère la suite θ_n définie par : $\theta_0=0$ et $\theta_{n+1}=\frac{1}{k}\cos\theta_n$.

Interpréter les premiers termes $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \ldots$ sur le graphique précédent.

c) Vérifier graphiquement que la suite θ_n converge vers la solution de (E).

d) Programmer la suite θ_n, en vous réservant la possibilité de choisir k .

e) Vérifier grâce à ce programme le résultat du 3).

2) Commentaires

On utilise ici deux approches complémentaires : étude graphique et utilisation de suites. On remarquera que l'utilisation des suites se fonde sur le graphique, et qu'on ne "démontre" rien. A mon sens, une étude de la convergence n'apporterait rien ici, et masquerait l'essentiel derrière des calculs techniques.

Même les élèves les plus rapides ne finissent pas ce travail en deux heures ; je le fais terminer en devoir à la maison.

On peut aussi imaginer une autre méthode de résolution de cette équation, qui est celle utilisée par les physiciens lorsque θ est "petit" : dans ce cas, $\cos\theta=1-\frac{\theta^2}{2}$, et on se ramène à une équation du second degré.

IV. Conclusion provisoire

Certains penseront sans doute que les objectifs de ces TP sont trop limités. On y "démontre", en effet, assez peu. Pourtant je pense que la formation mathématique des futurs scientifiques doit passer par de telles étapes d'expérimentation, et qu'il vaut mieux se fixer des objectifs modestes mais réalistes : ce n'est pas la *quantité* des connaissances qui doit primer dans le second cycle, mais la *qualité*. Et l'analyse mathématique, est-ce autre chose que l'abstraction de propriétés numériques ou géométriques ?

Dans un prochain article, je présenterai d'autres TP parmi les sujets suivants : Problèmes de démographie (modélisation par les suites) ; Quadrature de la parabole (méthode des rectangles et découpages) ; Calcul numérique de $\sin x$ (encadrement par les sommes partielles de la série) ; Factorisation des polynômes du quatrième degré (méthode des coefficients indéterminés).